

Исследование масштабируемости алгоритма глобальной оптимизации на классе задач варьируемой сложности*

К.А. Баркалов, И.Г. Лебедев

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

В работе рассматриваются задачи многоэкстремальной оптимизации с ограничениями и параллельные методы их решения. Важной особенностью многоэкстремальных задач является тот факт, что глобальный экстремум есть интегральная характеристика задачи, таким образом, его отыскание связано с построением покрытия области поиска и вычислением значений оптимизируемой функции во всех точках этого покрытия. На сложность решения задач рассматриваемого класса решающее влияние оказывает размерность: вычислительные затраты растут экспоненциально при ее увеличении, поэтому для решения подобных задач требуются методы, которые порождают в области поиска существенно неравномерную сетку, более плотную в окрестности глобального минимума и разреженную вдали от него. Приведены результаты исследования масштабирования параллельного индексного алгоритма глобальной оптимизации, разработанного в ННГУ им. Н.И. Лобачевского [1, 2].

В рамках обсуждаемого подхода решение многомерных задач сводится к решению набора связанных подзадач меньшей размерности. Соответствующая редукция основана на использовании разверток единичного отрезка вещественной оси на гиперкуб. Роль таких разверток играют непрерывные однозначные отображения типа кривой Пеано, называемые также кривыми, заполняющими пространство. Еще одним используемым механизмом снижения размерности решаемой задачи является схема вложенной (рекурсивной) оптимизации. Численные методы, позволяющие эффективно использовать аппарат таких отображений, детально разработаны и обоснованы в [1, 2].

Алгоритмы, развиваемые в рамках информационно-статистического подхода, основаны на предположении липшицевости оптимизируемого критерия, что является типичными для многих других подходов к построению параллельных оптимизационных алгоритмов (см., например, [3 – 5]). Предположение такого рода выполняется для многих прикладных задач, поскольку относительные вариации функций, характеризующих моделируемую систему, обычно не превышают некоторый порог, определяемый ограниченной энергией изменений в системе. Также стандартным является предположение, что проведения одного *испытания* (вычисления значений целевой функции и функций ограничений в точке из области поиска) является трудоемкой операцией, т.к. использует результаты численного моделирования.

Новым элементом, исследуемым в данной работе, является предположение о разной трудоемкости вычисления функций задачи в зависимости от конкретного набора параметров. Предполагается, что в целевой функции можно выделить рекурсивно связанные «сложную» и «легкую» части. Тогда решение «сложной» части задачи (для которой требуется реализация сложных вычислительных алгоритмов для проведения испытаний) можно провести на CPU, используя экономный индексный алгоритм глобальной оптимизации. «Легкую» же часть задачи (реализация которой не требует сложных алгоритмов и легко портируется на ускоритель) можно решить с использованием переборных алгоритмов на GPU. Очевидно, что при этом на GPU будет проведено значительно больше испытаний, чем на CPU, но из-за различия в сложности подзадач, решаемых на разных устройствах, ожидается ускорение алгоритма в целом.

Рассмотренная схема решения задач с варьируемой трудоемкостью реализована в решателе Globzizer, разрабатываемом в ННГУ им. Н.И. Лобачевского. Алгоритмическую основу Globzizer составляют алгоритмы глобального поиска и различные схемы редукции размерности. Эксперименты, результаты которых отражены в [6, 7], показывают, что данные методы, как минимум, не уступают известным методам аналогичного назначения, а по некоторым параметрами и превосходят их.

* Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №16-11-10150)

Численное исследование масштабируемости проводилось на классе задач размерности $N = 5$.

Таблица 1. Среднее время решения задачи на 1 узле кластера

Класс задач	$p=16$
<i>Hard</i>	52
<i>Simple</i>	51

Таблица 2. Среднее время решения задачи на p узлах кластера

Класс задач	$p=8$	$p=16$	$p=32$
<i>Hard</i>	11.51	5.53	0.54
<i>Simple</i>	2.04	1.50	0.47

Таблица 3. Ускорение по отношению к запуску на одном узле

Класс задач	$p=8$	$p=16$	$p=32$
<i>Hard</i>	5	9	96
<i>Simple</i>	25	34	109

Вычислительные эксперименты проводились на кластере «Лобачевский» (7-е место в Top50, <http://top50.supercomputers.ru/?page=rating>). Узел кластера состоит из 2-х Intel Sandy Bridge E5-2660 2.2 GHz CPUs, 64 Gb RAM, и 3-х NVIDIA Kepler K20X (2688 потоковых процессоров, специальная память GDDR5 объемом 6 Гб).

Результаты проведенных экспериментов на серии тестовых задач условной глобальной оптимизации с разным временем вычисления функций задачи показывают, что индексный алгоритм глобальной оптимизации в сочетании с блочной рекурсивной схемой редукции размерности показывают хорошее ускорение на рассматриваемом классе задач. Направлением дальнейших исследований является расширение круга алгоритмов, используемых для решения подзадач на GPU.

Литература

1. Strongin R.G., Sergeyev Ya.D. Global optimization with non-convex constraints. Sequential and parallel algorithms. Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 2000.
2. Стронгин Р.Г., Гергель В.П., Гришагин В.А., Баркалов К.А. Параллельные вычисления в задачах глобальной оптимизации. Издательство Московского университета. 2013. 280 с.
3. Jones, D. R.: The direct global optimization algorithm. In: Floudas, C. A., Pardalos, P. M. (eds.) // The Encyclopedia of Optimization, Second Edition. Springer, Heidelberg. 2009. P. 725–735.
4. Paulavicius, R., Zilinskas, J., Grothey, A.: Parallel branch and bound for global optimization with combination of Lipschitz bounds // Optimization Methods & Software. 2011. vol. 26(3). P. 487–498.
5. Евтушенко Ю. Г., Малкова В. У., Станевичюс А. А. Параллельный поиск глобального экстремума функций многих переменных. // Журнал вычислительной математики и математической физики 2009. Т. 49 № 2. С. 255–269.
6. Barkalov K., Gergel V. Parallel global optimization on GPU // Journal of Global Optimization. 2016. vol. 66(1). P. 3–20.
7. Barkalov K., Gergel V., Lebedev I. Use of Xeon Phi Coprocessor for Solving Global Optimization Problems // V. Malyshev (ed.): PaCT 2015, Lecture Notes in Computer Science, 2015. vol. 9251. P. 307-318.