

Параллельный алгоритм решения
уравнений Максвелла методом конечных
разностей во временной области

Уравнения Максвелла

Закон Фарадея

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\nabla \times \vec{E}$$
$$\frac{\partial}{\partial t} \iint_A \vec{B} d\vec{A} = -\oint_l \vec{E} d\vec{l}$$

Закон Ампера

$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \nabla \times \vec{H} - \vec{J}$$
$$\frac{\partial}{\partial t} \iint_A \vec{D} d\vec{A} = \oint_l \vec{H} d\vec{l} - \iint_A \vec{J} d\vec{A}$$

Законы Гаусса для электрического и магнитного поля

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$
$$\oiint_A \vec{B} d\vec{A} = 0$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0$$
$$\oiint_A \vec{D} d\vec{A} = 0$$

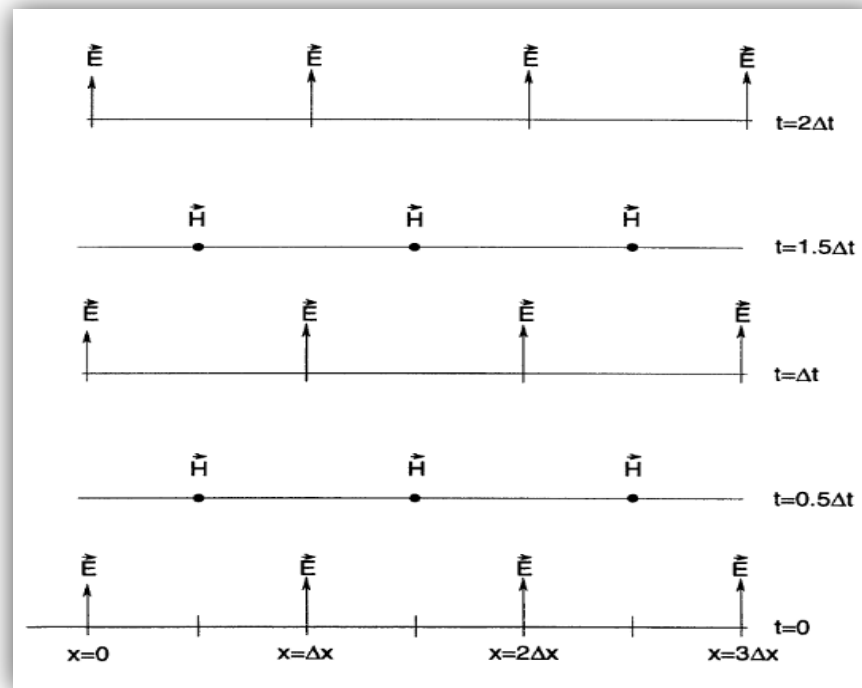
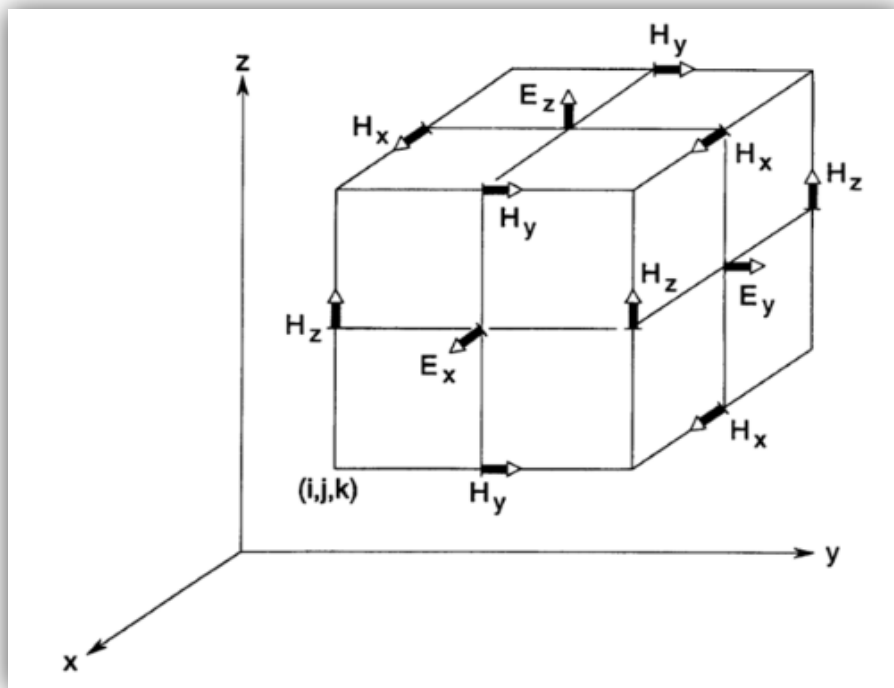
Уравнения среды

$$B = \langle \mu \rangle H \quad D = \langle \varepsilon \rangle E$$

Начальные условия: точечные источники электромагнитных волн или бегущая плоская волна

Метод FDTD

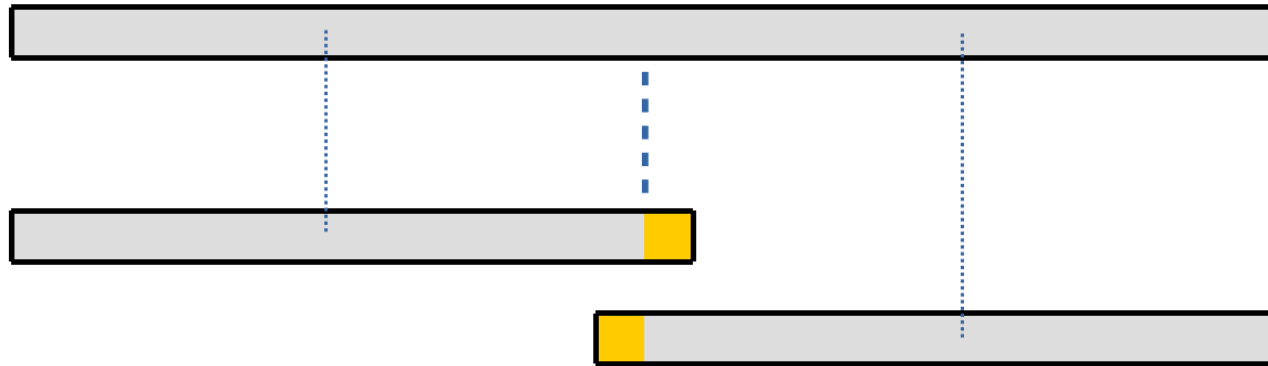
Расчетная сетка Yee



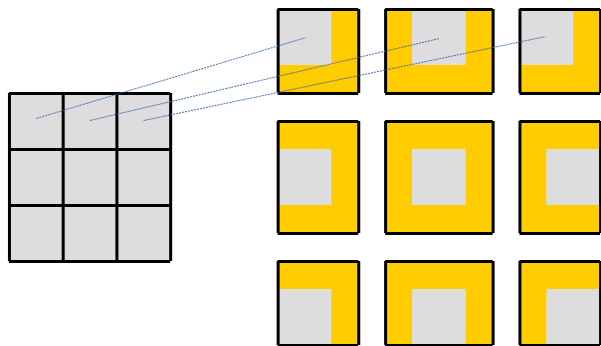
$$E_z|_{i-0.5,j+0.5,k+1}^{n+0.5} = \left(\frac{1 - \frac{\sigma_{i-0.5,j+0.5,k+1}\Delta t}{2\varepsilon_{i-0.5,j+0.5,k+1}}}{1 + \frac{\sigma_{i-0.5,j+0.5,k+1}\Delta t}{2\varepsilon_{i-0.5,j+0.5,k+1}}} \right) * E_z|_{i-0.5,j+0.5,k+1}^{n-0.5} + \left(\frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon_{i-0.5,j+0.5,k+1}}}{1 + \frac{\sigma_{i-0.5,j+0.5,k+1}\Delta t}{2\varepsilon_{i-0.5,j+0.5,k+1}}} \right) * \left(\frac{H_y|_{i,j+0.5,k+1}^n - H_y|_{i-1,j+0.5,k+1}^n}{\Delta x} - \frac{H_x|_{i-0.5,j+1,k+1}^n - H_x|_{i-0.5,j,k+1}^n}{\Delta y} \right)$$

Гомогенные системы

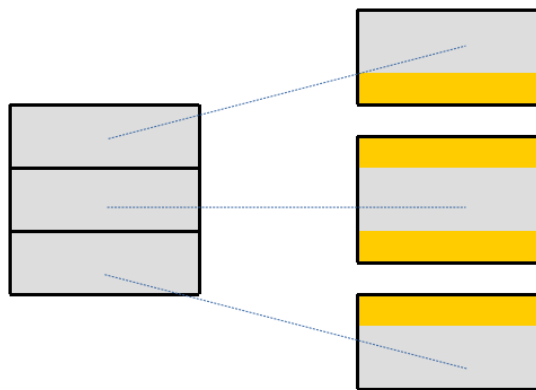
1D-X распределение



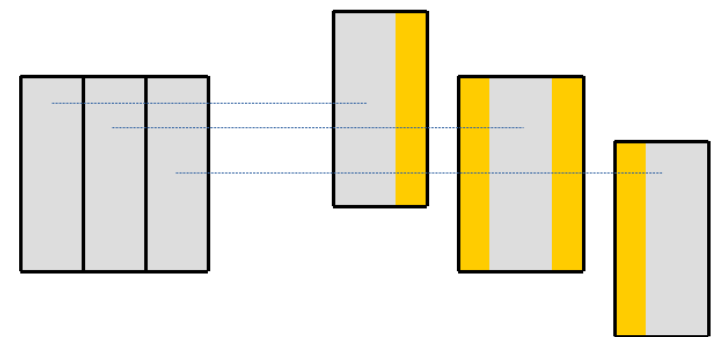
2D-XY распределение



2D-Y распределение

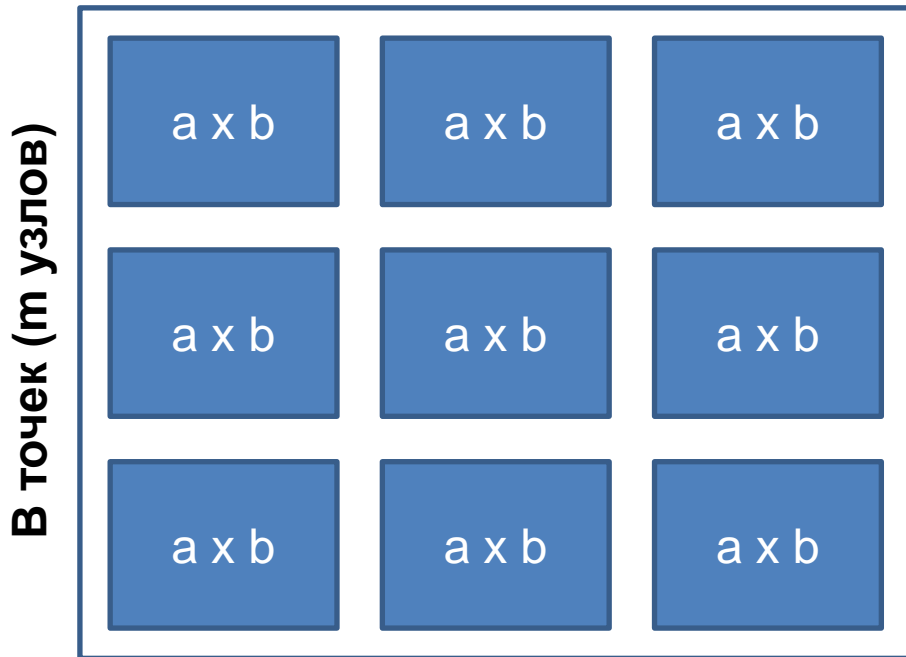


2D-X распределение



Гомогенные системы

А точек (n узлов)



Число вычислительных узлов: **N**

Число точек на одном вычислительном узле

$$a * b = \frac{A * B}{n * m} = \frac{A * B}{N}$$

Число точек на границе вычислительного узла

$$2 * a + 2 * b - 4$$

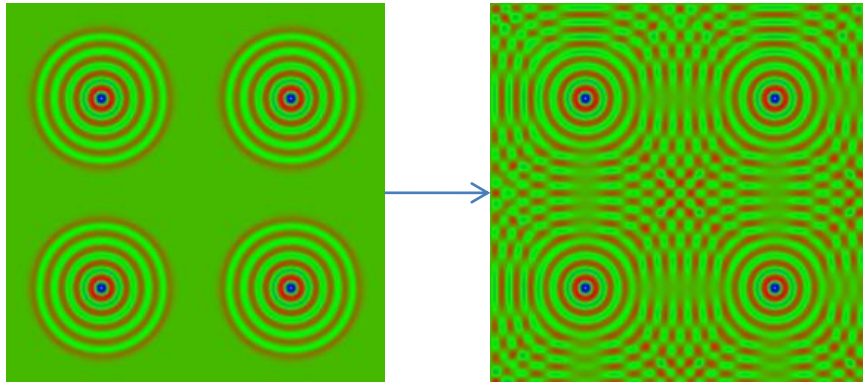
$$a + b = \frac{A}{n} + \frac{B * n}{N} = f(n)$$

$$n_0 = \sqrt{\frac{A * N}{B}}$$

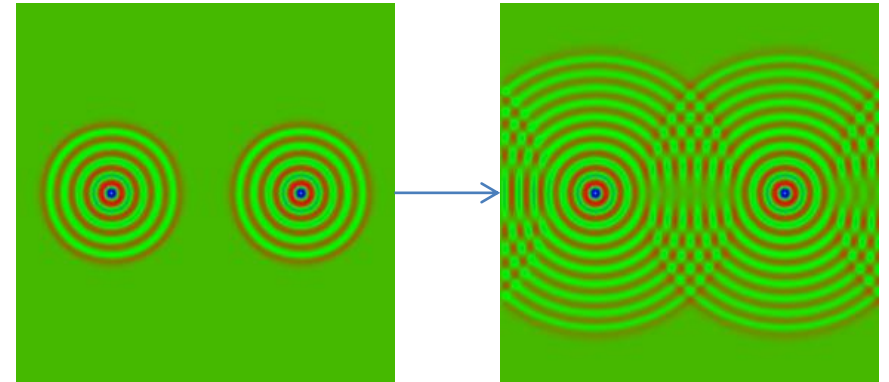
1. Найти все пары (n,m): делители (A,B), $n * m = N$, и n,m - целые
2. Найти n_0
3. Выбрать подходящую пару (n,m)

Гомогенные системы

Расчет для 2D-XY распределения



Расчет для 2D-X распределения



Размер сетки: A=64, B=64, C=64

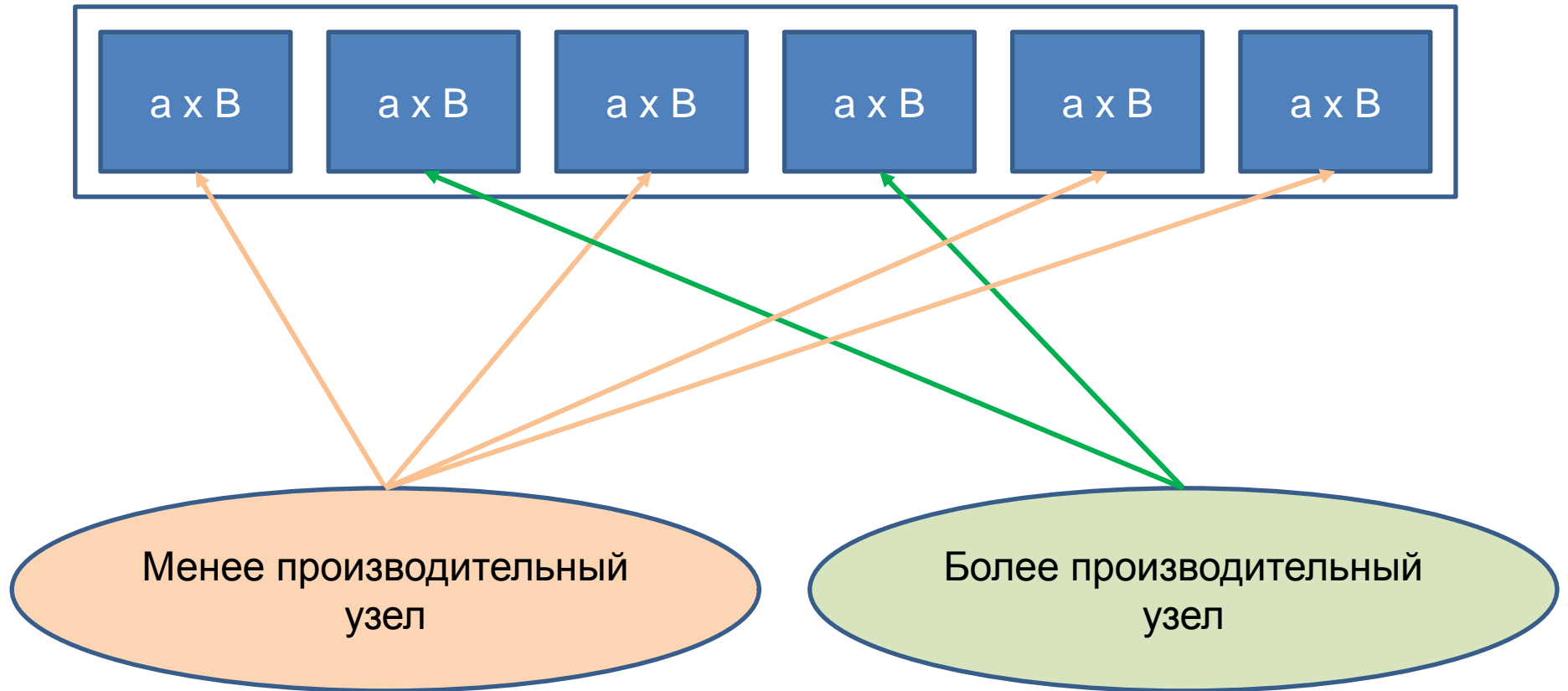
Топология	Значение функции $f(n,m)$	Вычислительное время, с
3D-X, $n=8, m=1, k=1$	5664	2106.54
3D-XYZ, $n=2, m=2, k=2$	3456	2069.23 (-1.8%)

Размер сетки: A=4096, B=8, C=8

Топология	Значение функции $f(n,m)$	Вычислительное время, с
3D-X, $n=8, m=1, k=1$	10368	1587.31 (-23.3%)
3D-XYZ, $n=2, m=2, k=2$	24624	2069.98

Гетерогенные системы

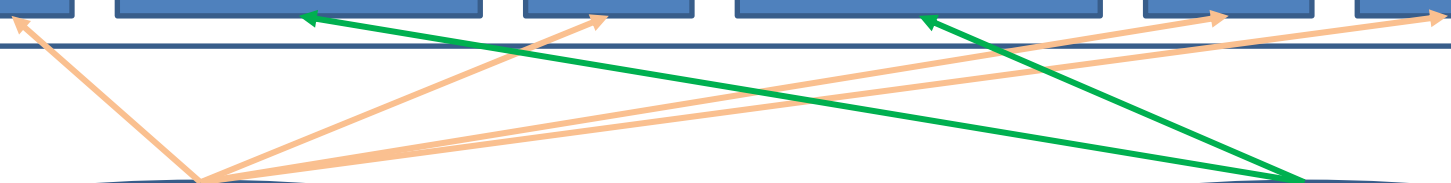
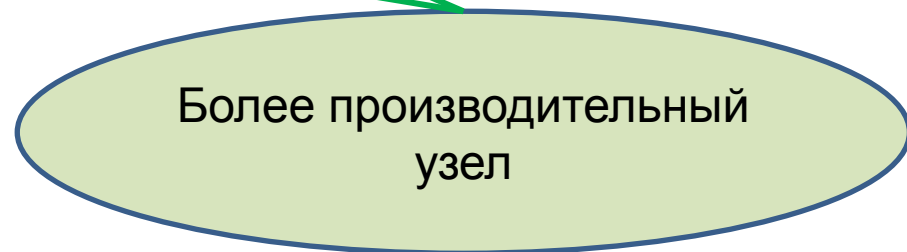
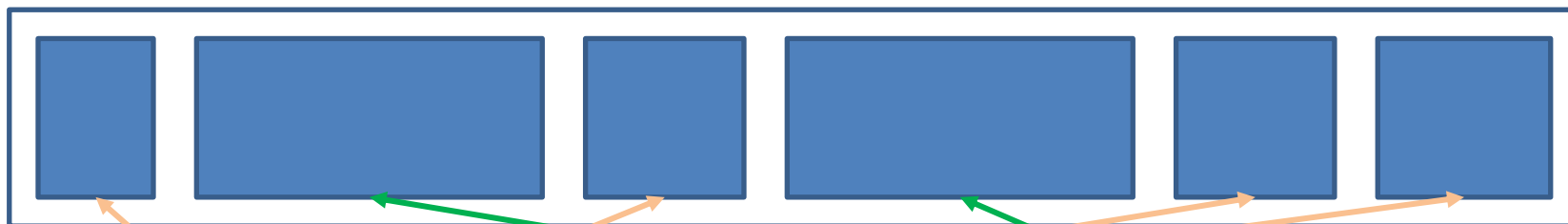
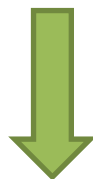
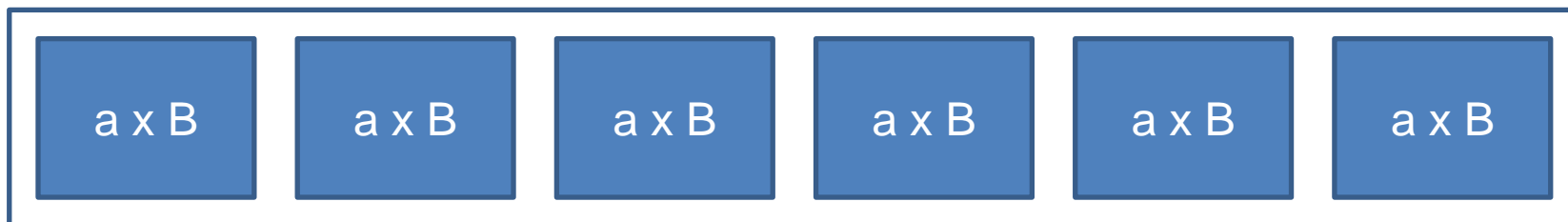
A точек (N узлов)



Гетерогенные системы

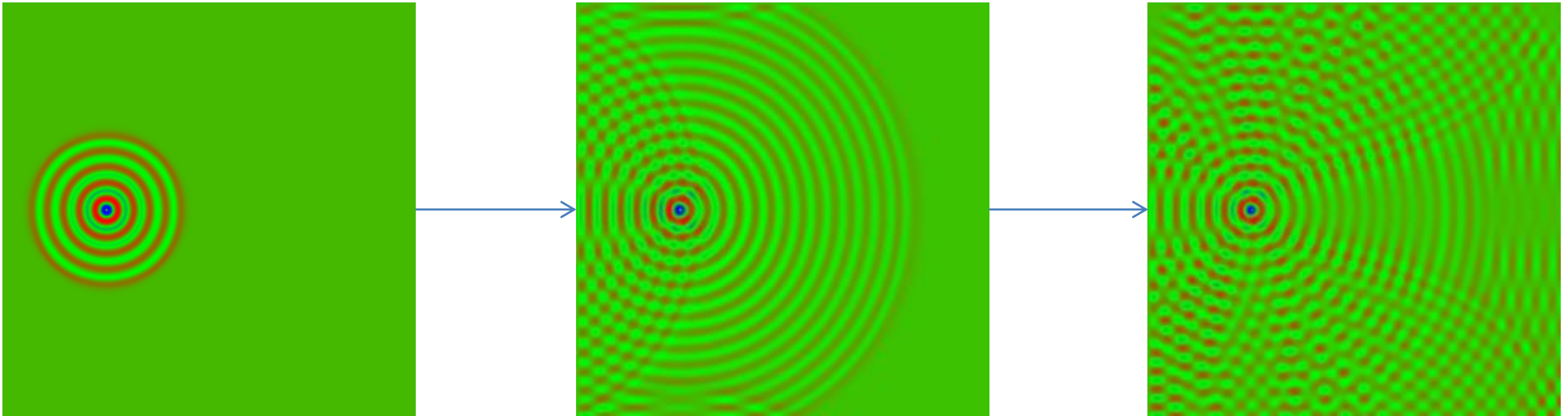
Динамическое перераспределение

A точек (N узлов)

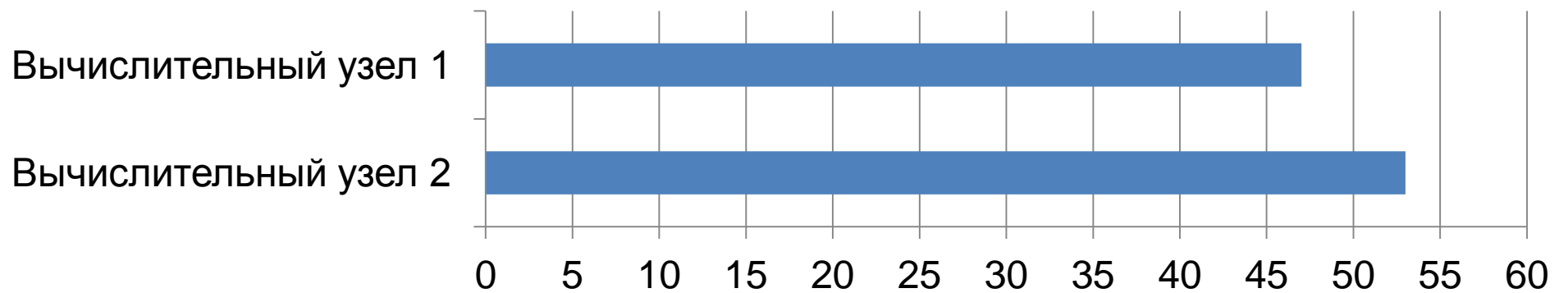


Гетерогенные системы

Расчет для 2D-X распределения



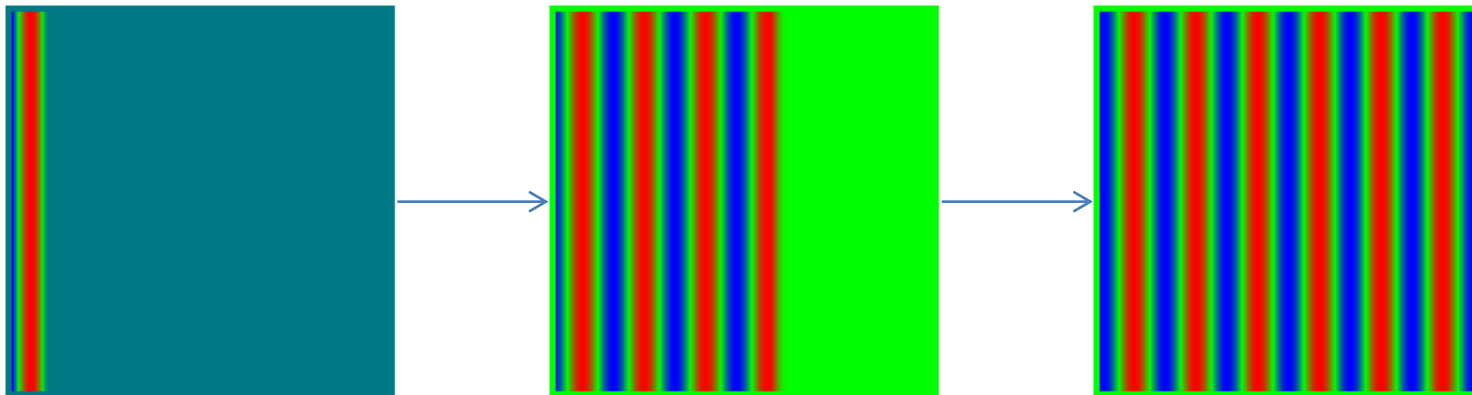
Число точек сетки, %



Примеры расчетов

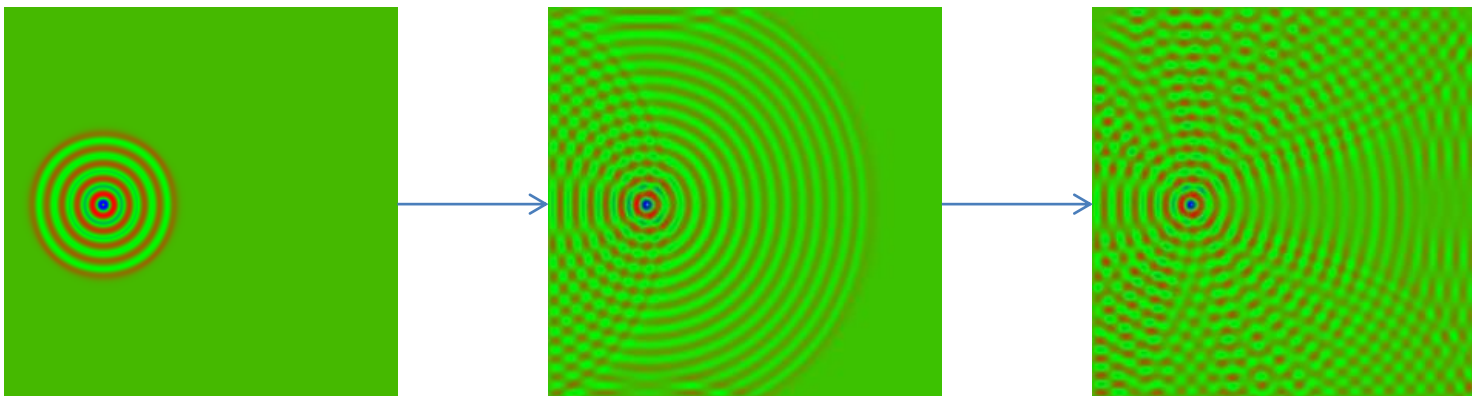
1. Расчет с падающей плоской волной в вакууме

Параметры: `--use-tfsf --angle-phi 0`



2. Расчет с точечным источником

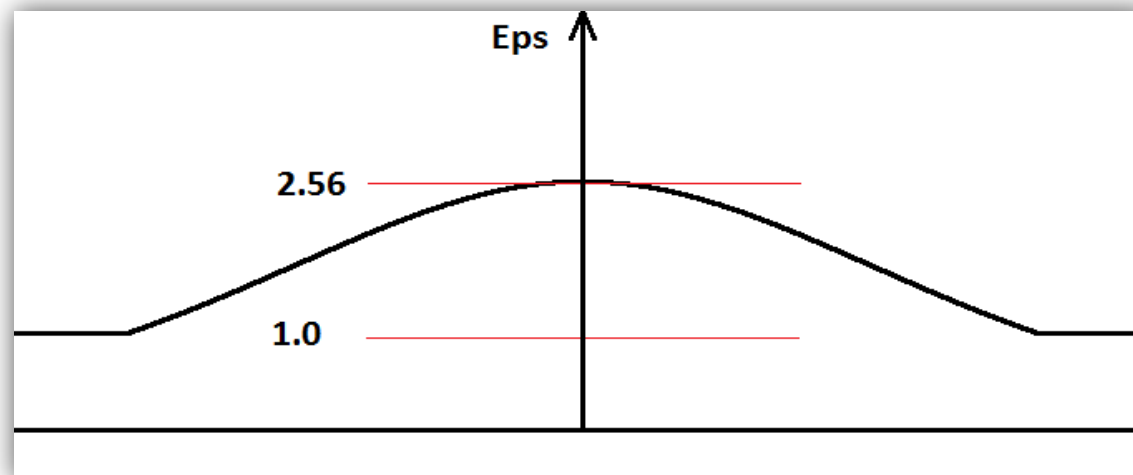
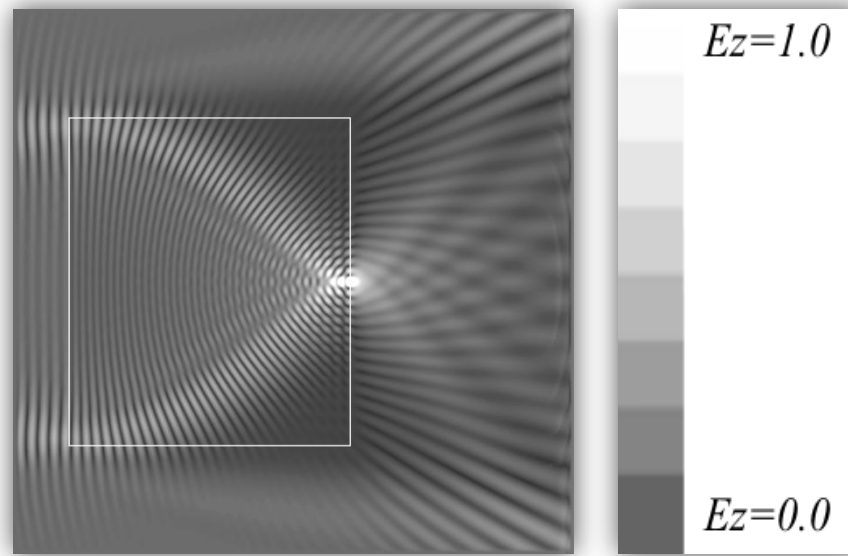
Параметры: `--point-source-ez --point-source-pos-x 10 --point-source-pos-y 10`



Примеры расчетов

3. Расчет для линзы Микаэляна

Параметры: `--load-eps-from-file eps.txt --save-res --save-as-bmp --palette-gray --use-pml`



Дополнительные свойства

- Различная точность чисел с плавающей точкой
- Консольный интерфейс для работы и командные файлы
- Поддержка метаматериалов
- Поддержка UPML, TF/SF и точечных источников
- Сохранение и загрузка в различных форматах (для .bmp разные палитры)
- Экспериментальная поддержка Cuda

Планы на будущее

- Полноценная поддержка Cuda и гибридных расчетов
- Гибридные расчеты с динамическим перераспределением
- Динамическое перераспределение для XY, YZ, XZ и XYZ топологий

Где найти?

- Открытый исходный код: <https://github.com/zer011b/fdtd3d>
- Описаны инструкции для сборки с различными параметрами
- Сборка выполняется с помощью CMake и Make

Спасибо!